

Задача 7. Отг. 105. Да запишем седемте числа, които са цените на седемте стоки. Най-напред да подчертаем числата, които се делят на 3. След това да подчертаем числата, които се делят на 5 (някои от числата ще се окажат с две подчертавания). Най-накрая да подчертаем числата, които се делят на 7. Общо подчертаванията са $5 \cdot 3 = 15$. От принципа на Дирихле следва, че поне едно от числата е подчертано 3 пъти. Такова число се дели на 3, на 5 и на 7. Тъй като 3, 5 и 7 са взаимно прости, то всяко число, което е подчертано 3 пъти се дели на $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$. Заключаваме, че $P \geq 105$. Ще докажем, че възможно най-малката стойност на P е 105. Достатъчно е да посочим 7 цени, които изпълняват условието на задачата. Нека това са цените: 15, 21, 30, 35, 42, 70 и 105. Само две от тези цени 35 и 70 не се делят на 3. Само две от тези цени 21 и 42 не се делят на 5. Само две от тези цени 15 и 30 не се делят на 7. Заключаваме, че търсеният отговор е 105.

Оценяване. За доказване, че $P \geq 105$, се присъждат **3 точки**. За посочване на 7 цени с исканото свойство се присъждат **7 точки**. За грешна цена измежду тези 7 се отнема **1 точка**. Ако е посочен само верният отговор 105, се присъжда **1 точка**.

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	C	D	C	E	A	120	105